

MAYO 2023

1. ¿A qué temperatura 14g de N_2 ocupan 50 cm^3 a una presión de $4 \cdot 10^6 \text{ Pa}$? Admitase que el gas está bien representado por la ecuación de van der Waals. Para este gas se conocen: $T_B = 433,1 \text{ K}$, $a = 0,408 \frac{\text{Pa m}^6}{\text{mol}^2}$,

$$M(N_2) = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$m_{N_2} = 14 \text{ g } N_2 \quad n_{N_2} = 14 \text{ g } N_2 \cdot \frac{1 \text{ mol } N_2}{28 \text{ g } N_2} = 0,5 \text{ mol } N_2$$

$$V = 50 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$v = \frac{V}{n} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,5 \cdot 10^{-1}} = 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

• Si te sabes la fórmula, puedes aplicarla directamente. Si no, como haré a continuación, se puede deducir:

$$\text{Ecuación VAN DER WAALS: } \left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \Rightarrow$$

$$\Rightarrow pv - pb + \frac{a}{v} - \frac{ab}{v^2} = RT \Rightarrow pv^3 - pbv^2 + av - ab = RTv^2 \Rightarrow$$

$$\frac{\downarrow}{p^2} p^3 v^3 - p^3 b v^2 + p^2 a v - ab p^2 = RT p^2 v^2 \Rightarrow y^3 - b p y^2 + a p y - ab p^2 = RT y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^3 - y^2(bp + RT) + a p y - ab p^2 = 0 \quad \boxed{(1)} \quad \begin{matrix} y = pv \\ \downarrow \end{matrix}$$

→ La curva de Boyle es aquella que une los mínimos de las isotermas en un diagrama $pv - v$. $\left(\frac{\partial(pv)}{\partial p}\right)_T = 0$ → Condición de mínimo.

→ La temperatura de Boyle es aquella para la que la curva de Boyle y el eje de ordenadas intersecan, es decir, se cumple:

$$\lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{\partial(pv)}{\partial p}\right)_{T_B} = 0$$

Si derivamos $\boxed{(1)}$ con respecto a p ($T = \text{cte}$):

$$\left[3y^2 - 2y(bp + RT) + ap\right] \left(\frac{\partial y}{\partial p}\right)_T - by^2 + ay - 2abp = 0$$

Aplicando la condición de mínimo $\left(\frac{\partial y}{\partial p}\right)_T = 0$:

$$by^2 - ay + 2abp = 0 \rightarrow \text{CURVA DE BOYLE}$$

Haciendo la intersección con el eje de ordenadas ($p=0$):

$$by^2 - ay = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=0 \rightarrow \text{Sin significado físico.} \\ y = \frac{a}{b} \rightarrow \text{Determina la } T_B \end{cases}$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} (pv) = \lim_{v \rightarrow \infty} \left(\frac{RTv}{v-b} - \frac{a}{v} \right) = RT$$

$$\left(p + \frac{a}{v^2} \right) = \frac{RT}{v-b} \Rightarrow p = \frac{RTv}{v-b} - \frac{a}{v}$$

$$y = pv = \frac{a}{b} = RT_B \Rightarrow \boxed{T_B = \frac{a}{Rb}} \Rightarrow b = \frac{a}{RT_B} = \frac{0.1408}{8.31 \cdot 433.1} = 3.912 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{mol}$$

$$\boxed{T = \left(p + \frac{a}{v^2} \right) \frac{(v-b)}{R}} = \left(4 \cdot 10^6 + \frac{0.1408}{(10^{-4})^2} \right) \left(\frac{10^{-4} - 3.912 \cdot 10^{-5}}{8.31} \right) = \boxed{132.46 K}$$

2. As presións de vapor do amoníaco cando está en equilibrio coa súa fase sólida e a súa fase líquida veñen dadas por:

$$\begin{aligned} \ln p &= 23.03 - \frac{3754}{T} \\ \ln p &= 19.49 - \frac{3063}{T} \end{aligned} \quad p \equiv \text{mmHg}$$

a) Á presión dunha atmosfera, o equilibrio do vapor é coa fase sólida ou coa fase líquida?

Calculamos as coordenadas do punto triple facendo a intersección das dúas curvas:

$$\ln p = 23.03 - \frac{3754}{T} \quad \left| \Rightarrow \quad 23.03 - \frac{3754}{T_3} = 19.49 - \frac{3063}{T_3} \Rightarrow \right.$$

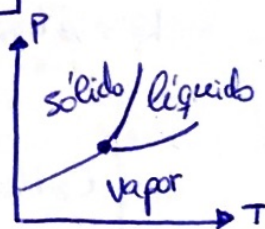
$$\ln p = 19.49 - \frac{3063}{T} \quad \left| \Rightarrow \quad 23.03 - 19.49 = \frac{3754 - 3063}{T_3} \Rightarrow \right.$$

$$\Rightarrow \boxed{T_3 = \frac{3754 - 3063}{23.03 - 19.49} = 195.2 K}$$

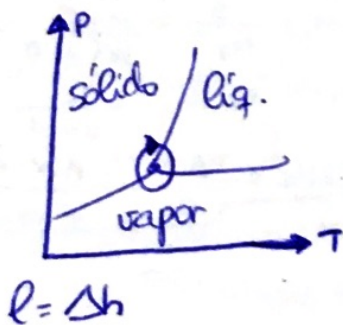
$$\boxed{p_3 = e^{\frac{23.03 - 3754}{T_3}} = 44.63 \text{ mmHg}}$$

$$44.63 \text{ mmHg} \cdot \frac{1 \text{ atm}}{760 \text{ mmHg}} = 0.059 \text{ atm} < 1 \text{ atm}$$

$p = 1 \text{ atm} > p_3 \rightarrow$ Equilibrio das fases líquida e vapor.



b) Estime a entalpía de fusión nas proximidades do punto triple.



Como a entalpía é una función de estado, se cumpre que: $l^l + l^v - l^s = 0$

$l^l \equiv$ calor de fusión

$l^v \equiv$ calor de vaporización

$l^s \equiv$ calor de sublimación

$$l^s = l^s - p^s \quad \text{Tengo que hallar } l^s \text{ y } l^v$$

$$\boxed{\text{Ecuación de Clausius-Clapeyron}} \rightarrow \frac{dp}{dT} = \frac{l}{T \Delta v} \quad \left| \frac{d \ln p}{dT} = \frac{d \ln p}{dp} \frac{dp}{dT} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dT} \Rightarrow \frac{dp}{dT} = p \frac{d \ln p}{dT} \right.$$

• Sólido-vapor

$$\frac{dp}{dT} = p \frac{d \ln p}{dT} = \frac{l^s}{T \Delta v} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ v^v \gg v^s \\ \text{(suponemos)} \end{array} \quad \frac{l^s}{T v^v} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ \text{Suponiendo} \\ \text{gas ideal} \end{array} \quad \frac{l^s p}{RT^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \frac{3754}{T^2} = \frac{l^s p}{RT^2} \Rightarrow l^s = 3754 \cdot 8'31 = 31196 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

• Líquido-vapor

$$\frac{dp}{dT} = p \frac{d \ln p}{dT} = p \cdot \frac{3063}{T^2} = \frac{l^v}{T \Delta v} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ v^v \gg v^l \\ \text{(suponemos)} \end{array} \quad \frac{l^v}{T v^v} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ \text{Suponemos} \\ \text{gas ideal} \end{array} \quad \frac{l^v p}{RT^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \frac{3063}{T^2} = \frac{l^v p}{RT^2} \Rightarrow l^v = 3063 R = 3063 \cdot 8'31 = 25454 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

$$\boxed{l^s = 31196 - 25454 = 5742 \text{ J/mol}}$$

c) ~~part~~ Se experimentalmente se atapan que a densidade do vapor a 1atm é $8'77 \cdot 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, determine o segundo coeficiente do virial nestas condições.

$$M(\text{NH}_3) = 17 \text{ g/mol}$$

$$p = 1 \text{ atm} = 1'013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\rho = 8'77 \cdot 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 0'877$$

$$p v = A + \frac{B}{v} \quad \boxed{A = RT}$$

$$B = (p v - RT) v = p v^2 - v RT$$

$$T = \frac{3063}{19'49 - \ln 760} = 238'24 \text{ K}$$

$$v = \frac{V}{n} = \frac{m}{\rho n} = \frac{M}{\rho} = \frac{17 \cdot 10^{-3}}{0'877} = 0'01938 \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow M = \frac{m}{n}$$

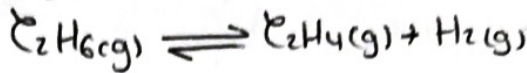
↳ Depende de los decimales que cojas varía mucho el resultado.

$$B = 1'013 \cdot 10^5 \cdot 0'01938^2 - 0'01938 \cdot 8'31 \cdot 238'24 = -0'32$$

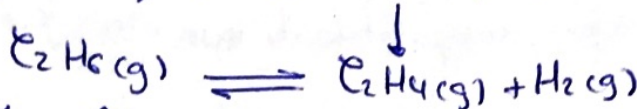
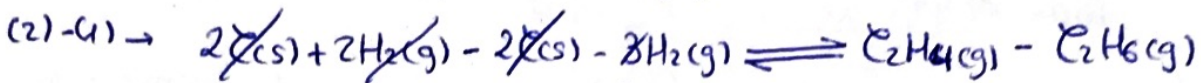
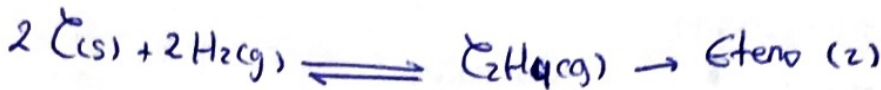
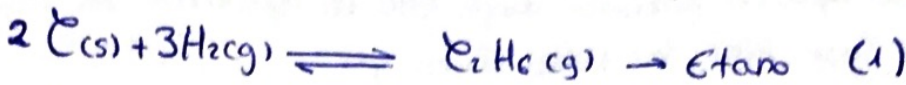
3. O potencial de reacción estándar para a reacción de formación do $C_2H_6(g)$ e do eteno, $C_2H_4(g)$, veñen dadas por:

$$\begin{aligned}\tilde{\Delta G}_1^\circ &= 104082 - 213'18 T \left(\frac{J}{mol}\right) \\ \tilde{\Delta G}_2^\circ &= -38038 - 79'42 T \left(\frac{J}{mol}\right)\end{aligned}$$

a) Cal será o grao de disociación do etano a 700K e 1bar según a reacción gasosa



Reaccións de formación del etano y del eteno:



$\tilde{\Delta G}^\circ = \tilde{\Delta G}_2^\circ - \tilde{\Delta G}_1^\circ = -142120 + 133'76 T \left(\frac{J}{mol}\right)$ el potencial de reacción de (2) - (1), que es la reacción con la que vamos a trabajar.

$$\boxed{\tilde{\Delta G} = \tilde{\Delta G}^\circ + RT \ln J} \quad \text{En el equilibrio: } \tilde{\Delta G} = 0 \text{ y } J = K_p$$

$$\tilde{\Delta G}^\circ = -RT \ln K_p \Rightarrow K_p = e^{-\frac{\tilde{\Delta G}^\circ}{RT}} = e^{-\frac{-142120 + 133'76 \cdot 700}{8'314 \cdot 700}} = 4169'6$$

$$K_p = \prod_{i=1}^{r+p} p_i^{\nu_i} = p^{\Delta \nu} \prod_{i=1}^{r+p} x_i^{\nu_i}$$

$p_i = p x_i$

	$C_2H_6(g)$	\rightleftharpoons	$C_2H_4(g)$	$+ H_2(g)$
Inic.	n		-	-
Equil.	$n - \xi$		ξ	ξ

$$\alpha = \frac{\xi}{n} \Rightarrow \xi = \alpha n$$

$$n_T = n + \xi = n(\alpha + 1)$$

$$K_p \stackrel{1 \text{ bar} \approx 1 \text{ atm}}{=} 1^{\Delta \nu} \frac{\left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right)^2}{\frac{\alpha-1}{\alpha+1}} = \frac{(\alpha+1) \alpha^2}{(\alpha-1)(\alpha+1)^2} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1} \Rightarrow$$

$$x_{C_2H_4} = \frac{\xi}{n_T} = \frac{\alpha n}{n(\alpha+1)} = \frac{\alpha}{\alpha+1}$$

$$x_{H_2} = x_{C_2H_4} = \frac{\alpha}{\alpha+1}$$

$$x_{C_2H_6} = \frac{n - \xi}{n_T} = \frac{n(1 - \alpha)}{n(\alpha+1)}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 = -K_p \alpha^2 + K_p \Rightarrow \alpha^2 (\alpha + K_p) = -K_p \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{K_p}{K_p + 1}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{4169'6}{4169'6 + 1}} \approx 0'9999 \rightarrow 100\% \text{ de } 99'99\%$$

b) Esta reacción de disociación es exotérmica o endotérmica?

Isóbara de van't Hoff $\rightarrow \left(\frac{\partial \ln K_p}{\partial T} \right)_p = \frac{\Delta H^\circ}{RT^2}$

$$\left(\frac{\partial \ln K_p}{\partial T} \right)_p = \left(\frac{\partial}{\partial T} \left(-\frac{\Delta G^\circ}{RT} \right) \right)_p = \left(\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{+142120}{RT} - \frac{133176J}{RT} \right) \right)_p =$$

$$= -\frac{142120}{RT^2} \Rightarrow \frac{\Delta H^\circ}{RT^2} = -\frac{142120}{RT^2} \Rightarrow \Delta H^\circ = -142120 < 0 \rightarrow \text{Reacción exotérmica}$$

c) A 2 bar e 700K, ¿% de etano disociado será menor o mayor que el anterior?

K_p solo depende de la temperatura, e como no varía, K_p tampoco.

$$K_p = 2^1 \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2} \Rightarrow 2\alpha^2 = -K_p \alpha^2 + K_p \Rightarrow \alpha^2 (K_p + 2) = K_p \Rightarrow$$

$$2 \text{ bar} \approx 2 \text{ atm} \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{K_p}{K_p + 2}} = \sqrt{\frac{4.16916}{4.16916 + 2}} \approx 0.9998 \rightarrow 99.98\% \text{ Será menor.}$$

4. En T.P.I. indique que representan cada uno de los siguientes conceptos:

Nota: Estas son definiciones que elaboré a partir de los apuntes pero puede que no sean suficientes.

Tiempo de relajación: tiempo que tarda un sistema en alcanzar un nuevo estado de equilibrio cuando, después de haberlo separado del estado de equilibrio en que se encontraba, se abandona a sí mismo.

El tiempo de relajación es mayor cuanto mayores son las dimensiones del sistema. Así, las distintas partes microscópicas de un sistema alcanzan antes el estado de equilibrio antes de que este se alcance entre ellas. Es por eso que hablamos de equilibrio local.

Ecuación de balance local: sean X una magnitud extensiva de un sistema, x esa magnitud por ud. de volumen, τ el volumen del sistema y Ω la superficie frontera que delimita dicho volumen, definiremos la ecuación de balance local como:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_x + \sigma_x$$

donde σ_x es la producción local de la magnitud de estudio dentro del sistema y \vec{J}_x es el flujo de x a través de Ω . La ecuación de balance local puede obtenerse de la siguiente manera:

$$X = \int_{\tau} x d\tau \Rightarrow \frac{dX}{dt} = \int_{\tau} \frac{\partial x}{\partial t} d\tau$$

① Hay manantiales o sumideros dentro de τ :

$$\frac{dX}{dt} = \int_{\tau} \sigma_x d\tau \quad \sigma_x = \frac{\partial x}{\partial t} \quad i \rightarrow \text{Interior}$$

② Existe un flujo de x a través de Ω :

$$\frac{dX}{dt} = - \int_{\Omega} \vec{J}_x \cdot d\vec{\Omega} \stackrel{\text{Th. de la divergencia}}{=} - \int_{\tau} \nabla \cdot \vec{J}_x d\tau \quad e \rightarrow \text{Exterior}$$

$$\frac{dX}{dt} = \frac{dX}{dt} \quad \boxed{\frac{dx}{dt} = \frac{dix}{dt} + \frac{dex}{dt} = -\nabla \cdot \vec{J}_x + \sigma_x} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial x}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_x + \sigma_x}$$

Hay que destacar que cuando x no puede crearse ni destruirse (materia, energía, etc.), $\sigma_x = 0$ y obtenemos la ecuación de continuidad:

$$\boxed{\frac{\partial x}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_x}$$

Procesos acoplados: son aquellos en los que dos o más procesos irreversibles tienen lugar simultáneamente, por lo que se superponen sus efectos dando lugar a un nuevo efecto conjunto. Un ejemplo sería la termodifusión, superposición entre la conductividad térmica y la difusión. Así, hay un flujo de masa que se origina tanto por la acción de un gradiente de concentración como por la acción de un gradiente de temperatura.

5. Conociendo el valor del coeficiente adiabático del argón, del N_2 y del I_2 (1'67; 1'403; 1'286), determine el número de grados de libertad de sus átomos o moléculas, según corresponda, indicando la naturaleza de dichos grados de libertad.

Suponemos gases ideales, por lo que se cumple: $C_p - C_v = R$ → Ley de Mayer

Además, tenemos que suponer también que los gases son perfectos ($C_v = \text{cte.}$) y por tanto: $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ → Solo cte. para los gases perfectos.

Para un gas ideal también se verifica: $C_v = \frac{f}{2} R$

Con estas tres ecuaciones podremos analizar qué ocurre con cada gas.

$$C_p - C_v = R \quad \left\{ \begin{array}{l} C_v(\gamma - 1) = R \Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1} \\ \gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow C_p = \gamma C_v \end{array} \right.$$

$$C_v = \frac{f}{2} R \Rightarrow \left[f = \frac{2 C_v}{R} = \frac{2 R}{R(\gamma - 1)} = \frac{2}{\gamma - 1} \right]$$

• $[Ar]$ → Monoatómica

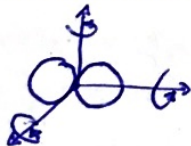
$$f = \frac{2}{1'67 - 1} = \frac{2}{0'67} \approx 3 \text{ grados de libertad}$$

Estos tres grados se corresponden con cada una de las tres componentes de la energía cinética traslacional del centro de masas de la molécula. Como no hay más grados de libertad, no posee energía de rotación en torno a su centro.

• $[N_2]$ → Diatómica

$$f = \frac{2}{1'40 - 1} = 5 \text{ grados de libertad} \quad | \quad E_r = \frac{1}{2} I \omega^2 \rightarrow \text{Término cuadrático}$$

Tres de esos grados se corresponderían con las componentes de la energía cinética traslacional y los otros dos restantes, al tratarse de una molécula diatómica, se corresponderían con las energías cinéticas de rotación respecto a los dos ejes principales perpendiculares entre sí y perpendiculares al otro eje de la molécula. Tenemos así una molécula diatómica rígida.



(Como solo podíamos añadir dos grados de libertad más, uno de los momentos de inercia en torno a un eje es despreciable comparado con los otros dos.)

• $[I_2]$ → Diatómica

$$f = \frac{2}{1'286 - 1} \approx 7 \text{ grados de libertad}$$

Tres grados de libertad se corresponderían con las componentes de la energía

cinética de traslación, otras dos con las energías de rotación en torno a dos ejes principales de la molécula perpendiculares entre sí y los otros dos se corresponden con las energías cinética de vibración y potencial de excitación, ya que concluimos que la molécula no es rígida.

6. O aire está constituído por unha mezcla (en volume) de 75% N_2 e 23% O_2 . Cal é a relación entre a enerxía cinética media traslacional dunha molécula de N_2 e unha de O_2 ? Cal é a relación entre as frecuencias de colisión das moléculas de cada gas contra a superficie terrestre?

$$\boxed{\bar{E} = \frac{3}{2} k_B T} \rightarrow \text{ENERXÍA DE TRASLACIÓN MEDIA MOLECULAR}$$

$\bar{E} = \frac{3}{2} k_B T \stackrel{k_B = \frac{R}{N_A}}{\downarrow} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T \rightarrow$ Independiente de la naturaleza de la molécula. Ambas (N_2 y O_2) tendrán la misma \bar{E} .

$$\boxed{\frac{dN^{col}}{dAdt} = \frac{n\bar{v}}{4}} \quad \frac{dN^{col}}{dAdt} = \frac{N\bar{v}}{4V} = \frac{N}{4V} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} \stackrel{N = nN_A}{\downarrow} = \frac{nN_A}{4V} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} \quad \begin{matrix} N = nN_A \\ k_B = \frac{R}{N_A} \end{matrix}$$

$$\downarrow \frac{N_A p_i}{4RT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad \downarrow \frac{N_A p_{O_2}}{4RT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad \begin{matrix} \text{Suponemos gas} \\ \text{ideal} \\ p_i = p_{O_2} \end{matrix}$$

$$N_A m = M$$

$$\boxed{\frac{\left(\frac{dN^{col}}{dAdt}\right)_{N_2}}{\left(\frac{dN^{col}}{dAdt}\right)_{O_2}} = \frac{\frac{N_{N_2} p_{N_2}}{4RT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{N_2}}}}{\frac{N_{O_2} p_{O_2}}{4RT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{O_2}}}} = \frac{x_{N_2} \sqrt{M_{O_2}}}{x_{O_2} \sqrt{M_{N_2}}} = 3.49}$$

$M_{O_2} = 32 \text{ g/mol}$
 $M_{N_2} = 28 \text{ g/mol}$

7. A presión de vapor do cesio (^{133}Cs) a 770K é $1.1 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ e o diámetro das súas moléculas é 5.4 \AA . Esta substancia está contida nun recipiente cúbico de 5 cm de lado. $M(^{133}\text{Cs}) = 132.91 \text{ g/mol}$

a) Cal é a probabilidade de que os átomos de cesio atravesen a lonxitude do recipiente sen sufrir ningunha colisión?

$$\boxed{N = N_0 e^{-r/\lambda}} \rightarrow \text{Ecuación de supervivencia}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n}} \rightarrow \text{Recorrido libre medio}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n} = \frac{V}{\sqrt{2} \sigma N} \stackrel{\sigma = \pi d^2}{\downarrow} = \frac{V}{\sqrt{2} \pi d^2 n N_A} = \frac{RT}{\sqrt{2} \pi d^2 p N_A} = 7.456 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\frac{N}{N_0} \stackrel{r = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{\downarrow} = e^{-\frac{5 \cdot 10^{-2}}{7.456 \cdot 10^{-7}}} \approx 0 \rightarrow \text{Probabilidade prácticamente nula, como cabría esperar.}$$

b) Cal é a frecuencia de colisión dun átomo de cesio contido no interior do recipiente?

$$Z_1 = \sqrt{2} \pi d^2 \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} \left(\frac{N}{V} \right) = \sqrt{2} \sigma n \bar{v} = \frac{\bar{v}}{\lambda} = 4'7 \cdot 10^8 \text{ colisiones/s}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8'31 \cdot 770}{\pi \cdot 132'91 \cdot 10^{-3}}} = 350'14 \text{ m/s}$$

c) Cal é a frecuencia de colisión dos átomos de cesio no interior do recipiente?

$$\begin{aligned} Z_{11} &= Z_1 \cdot \frac{N_1}{2} = Z_1 \cdot \frac{n_1 N_A}{2} = Z_1 \frac{p V N_A}{2 R T} = \frac{4'7 \cdot 10^8 \cdot 1'1 \cdot 10^4 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 6'022 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 8'31 \cdot 770} \\ &= 3'04 \cdot 10^{28} \text{ colisiones/s} \end{aligned}$$

d) Que porcentaxe de átomos de cesio ten velocidade superior á máis probable?

$$v_m = \sqrt{\frac{1}{B}} \underset{B = \frac{m}{2k_B T}}{\downarrow} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8'31 \cdot 770}{132'91 \cdot 10^{-3}}} = 360'3 \text{ m/s}$$

$$\frac{dN_{v \rightarrow \infty}}{N} = 1 - \frac{dN_{0 \rightarrow v_m}}{N}$$

$$\frac{dN_{0 \rightarrow v_m}}{N} = \left(\frac{B}{\pi} \right)^{3/2} 4\pi \int_0^{v_m} v^2 e^{-Bv^2} dv = \frac{4\pi}{\pi^{3/2} v_m^3} \int_0^{v_m} v^2 e^{-\frac{v^2}{v_m^2}} dv =$$

$$\underset{\substack{x = \frac{v}{v_m} \\ v_m dx = dv}}{\downarrow} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 x^2 e^{-x^2} dx = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left[\left[-\frac{x}{2} e^{-x^2} \right]_0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 e^{-x^2} dx \right] =$$

$$dv = x e^{-x^2} \Rightarrow v = -\frac{e^{-x^2}}{2}$$

$$= -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{e} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 e^{-x^2} dx = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{e} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\text{ferr}(x) \right]_0^1 =$$

$$= -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{e} + 0'84270$$

$$\frac{dN_{v \rightarrow \infty}}{N} = 1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{e} - 0'84270 = 0'5774 \rightarrow 57'74\%$$